

**SECUENCIA DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA MECÁNICA EN LA EDUCACIÓN MEDIA DESDE UNA PERSPECTIVA EVOLUCIONISTA CONCEPTUAL: RELATO Y ANÁLISIS DE UNA EXPERIENCIA**

*Conceptual evolutionary sequence teaching and learning in mechanics with students of secondary education: Report and analysis of experience*

**John Freddy Ramírez Casallas** [jfrcasallas@gmail.com]

*Grupo de Investigación Formando Maestros y Ciudadanos.*

*Institución Educativa Técnica La Sagrada Familia de Ibagué (Tolima – Colombia).*

[www.ietsagradafamilia.com](http://www.ietsagradafamilia.com)

*Dirección: Carrera 5a N° 65-41. Teléfono: 2770384.*

*E-mail institucional: [sagradafamiliaibague@hotmail.com](mailto:sagradafamiliaibague@hotmail.com).*

**Edna Eliana Morales Oliveros** [eemoraleso@ut.edu.co]

**Néstor Roberto Cardoso Erlam** [nrcardoz@ut.edu.co]

*Grupo de Investigación Didáctica de las Ciencias.*

*Facultad de Educación de la Universidad del Tolima.*

[www.ut.edu.co](http://www.ut.edu.co)

*Dirección: Barrio Santa Helena. Maestría en Educación.*

*Teléfono: 2771212. Tolima-Colombia.*

### RESUMEN

El objetivo de este trabajo es describir por parte de un profesor de física, el proceso de diseño y resultados de aplicación de una secuencia didáctica (SD) asociada a la temática de Mecánica en curso de Física para estudiantes de Educación Media Colombiana. La evolución de poblaciones conceptuales, la idea de hipótesis de gradualidad, el modelo de investigación escolar (MIE) y la enseñanza de ciencias a través de modelos como una vía de complejización de las concepciones de naturaleza de ciencia (NdC) se configuran en los presupuestos teóricos de la investigación. La SD complejiza los conceptos de rapidez y velocidad, para luego trabajar los conceptos de equilibrio estático y desequilibrio. Abordadas estas temáticas, se avanza en el análisis de diferentes tipos de movimientos bajo casos particulares de equilibrio y desequilibrio. Esta experiencia se enmarca en el proyecto “Transformación de concepciones NdC en profesores de Educación Media”, liderado por el Grupo de Investigación de Didáctica de las Ciencias de la Universidad del Tolima-Colombia.

**Palabras Claves:** Enseñanza de la Física, Mecánica, Estrategias Didácticas, Conocimiento Escolar, Desarrollo Profesional.

### ABSTRACT

The aim of this paper is to describe the design process and results of application of a teaching sequence (TS) associated at a Mechanical Physics course for students of Media Education Colombiana. The conceptual evolution of populations of ideas, the gradualness hypothesis of the teaching, school research model (IDM) and the teaching of science through models are theoretical budgets. The TS promoted the construction complex of the concepts of rapidity and velocity, for then work the concepts of static equilibrium and disequilibrium. Solved these teaching problems, was analyzed different types of movements into to special cases of equilibrium and disequilibrium. This experience is part of the project "Transformación de concepciones NdC en profesores de Educación Media ", led by the Research Group on Science Education at the University of Tolima, Colombia.

**Keywords:** Teaching Physics, Mechanics, Teaching Strategies, Knowledge School, Professional Development

## 1 Introducción

Recientes resultados de investigación sobre la enseñanza y aprendizaje de la física, plantean que el estudio de lo que sucede al interior de las aulas de clase debe ser fundamental para entender y transformar los procesos de formación de los estudiantes en física. Desde una perspectiva basada en la modelación científica, el profesor Brandao (2012), como parte de las conclusiones y recomendaciones de investigación realizada en Brasil, considera como necesario cuestionar las situaciones que normalmente se dan al interior de las aulas de clase, reconstruyendo la realidad mediante un proceso en el que se deben establecer relaciones entre lo cotidiano y los constructos de la física.

En Colombia, el propósito de lograr una mejor formación científica de los estudiantes se enfoca desde una perspectiva educativa de modelo por competencias, a partir del cual el Ministerio de Educación Nacional prescribe sus correspondientes estándares por conjunto de grados (Colombia, 2004). Como parte de este modelo se realizan pruebas nacionales en las que se mide el logro de los estudiantes, de las instituciones y de los profesores respecto a tales estándares de competencia.

Es así que tanto profesores como instituciones son inevitables como sujetos valorados como responsables del mejoramiento de la calidad de la formación del estudiantado. Al margen de los factores externos (aplicación de políticas, capacitación, etc.), al interior de las instituciones el liderazgo y madurez de las directivas escolares es fundamental para transformar las prácticas de enseñanza que se vienen dando. En este caso particular, la experiencia que se presenta hace parte de un proyecto de investigación liderado por el Grupo de investigación de Didáctica de las Ciencias de la Universidad del Tolima-Colombia, apoyado por las directivas de la institución (de naturaleza estatal), mediante el cual se busca construir y poner en práctica secuencias didácticas que ayuden a construir concepciones adecuadas de Naturaleza de Ciencia y Modelo Científico con profesores y estudiantes de la región. Como parte de un proyecto interinstitucional, esta sistematización es complementaria con los diversos artículos publicados y tesis de maestría realizadas por este grupo de investigación.

El trabajo que se presenta, se apoya en la tesis que las tareas de modelación en ciencias contribuyen en la construcción de concepciones adecuadas de Naturaleza de Ciencia (Morales, 2010). Sobre esto, se ha considerado relevante presentar el relato y análisis de una experiencia de enseñanza del tópico de mecánica en décimo grado de la educación media colombiana.

## 2 Fundamentos teóricos y metodológicos de la investigación

La presente experiencia se enmarca en el desarrollo de la hipótesis de gradualidad concebida en el marco concreto de la enseñanza de la mecánica a nivel universitario (Ramírez, 2012). Dicha hipótesis sostiene, en la perspectiva del modelo de investigación escolar (MIE) donde la investigación es considerada como estrategia de enseñanza y aprendizaje (Cañal, 1999), que *es posible pasar desde una opción cercana a la tradicional para orientarse hacia una centrada en la investigación escolar*, cambio intencionado en la forma de enseñar que se extiende a los contenidos escolares, la metodología y la evaluación; se representa como un cambio del aula como sistema complejo que puede partir en bajos niveles de producción de conocimiento para legitimar la construcción de un sistema-aula donde la investigación escolar es legítima (proceso de transformación sociocultural).

El cambio de nivel escolar que se da en este caso, décimo grado, permite identificar varias razones –además de las que son evidentes en aula de clase- que validan la pertinencia de tal hipótesis a nivel regional:

- Las inadecuadas concepciones de ciencia que se presentan en los textos escolares de ciencias naturales más usados en la región y en profesores y estudiantes de ciencias (Morales, 2010).
- El inadecuado uso que en los textos escolares de ciencias en Colombia (entre los años 2003-2009) se hace de la variación matemática en ámbitos como la Mecánica (Arias, Leal y Organista, 2011), históricamente fructíferos a tal concepto y centrales en la construcción de modelos físicos.

Igualmente, es posible identificar varios presupuestos que se cumplían en el nivel universitario, en el marco de una carrera de ingeniería, pero que no se cumplen de igual forma en este nivel escolar:

- En la Universidad es posible presumir que los estudiantes ya vieron cursos de mecánica, aunque sea en la opción tradicional. Por el contrario, en este caso es la primera vez que ellos tendrán acceso a una versión disciplinar de la mecánica.
- Bajo la premisa de complejizar el conocimiento cotidiano y, necesariamente, establecer relaciones entre lo cotidiano y los constructos de la física, en la Universidad para modelar se escogen situaciones asociadas a la carrera profesional específica (modelación inicial de estanques, ascensores), en el nivel medio las situaciones a estudiar no se pueden seleccionar bajo este criterio, debido a que incluso los estudiantes no se encuentran “familiarizados” con los conceptos básicos desde una perspectiva disciplinar.

En el marco de la teoría de la evolución conceptual de Stephen Toulmin (1977) sobre el uso colectivo y la evolución de los conceptos, se concibe al profesor como representante de las *poblaciones conceptuales* de la física mecánica aceptada en la comunidad científica. Esta analogía entre el profesor y el científico va solamente hasta la aprobación de que tanto en las ciencias y en el aula surgen los problemas conceptuales que direccionan la actividad científica y escolar. En palabras de Toulmin (1977):

“... Los problemas surgen cuando nuestras ideas sobre el mundo están en conflicto con la naturaleza o entre sí, esto es, cuando nuestras ideas corrientes quedan atrás, en algunos aspectos remediabiles, de nuestras ideas intelectuales. Esta manera de formular la tarea científica lleva de nuevo a la superficie un elemento de la indagación científica que los tratados formales de lógica inductiva con frecuencia sumergen. Los problemas conceptuales en la ciencia provienen de la comparación no de <<proposiciones>> con <<observaciones>>, sino de <<ideas>> con la <<experiencia>>.” (pp. 160-161)

Al reconocer a los estudiantes como propietarios de ideas y experiencias es razonable pensar que ellos pueden identificar y desarrollar problemas conceptuales propios. Dicho asunto implica un problema didáctico complejo: la diversidad de problemas conceptuales, ideas y experiencias que el profesor, haciendo uso de las poblaciones conceptuales que representa (conocimiento disciplinar del contenido) debe hacer evolucionar en el sistema-aula. El conocimiento escolar se concibe como un conocimiento complejizado que resulta de la integración de fuentes diversas (García, 1998), entre ellas la disciplinar. De forma concreta el concepto que ha potenciado la relación entre ideas y experiencias ha sido el de *equilibrio (en reposo)*, asequible desde la experiencia cotidiana, pero igualmente relevante para integrar ideas diversas sobre el mundo físico que hace circular el profesor al interior del grupo.

El concepto *hipótesis de progresión de los contenidos escolares* (García, 1998) se ha formulado como una forma de representar la organización dinámica del conocimiento escolar y que sirven como referencia en la construcción de dicho conocimiento. En este punto la *Hipótesis de Gradualidad* (Ramírez, 2012) considera que el trabajo en el sistema-aula debe ir más allá de la hipótesis de progresión en contenidos escolares específicos para interpretar la

progresión que se dan de manera sistémica entre contenidos, metodología y evaluación, en el marco de la evolución de aulas de clase reales en las que ideas y experiencias se ponen intencionalmente en relación.

Con base en lo anterior se pretende relatar la experiencia que el primer autor ha tenido durante el semestre A del año 2012 en la enseñanza de la mecánica de décimo grado (4 horas a la semana durante cuatro meses, tres cursos que suman 109 estudiantes). Dicho relato se hace como una síntesis de tipo conceptual en la que se pueden distinguir la evolución que han tenido las ideas y las experiencias al interior de las aulas de clase, por encima de centrar la atención tan sólo en algunos aspectos aislados (modelación, trabajo con mapas conceptuales, experimentación, actividades de debate y argumentación, etc.). Al finalizar el relato se hará un análisis de dicha experiencia en relación con otras experiencias e investigaciones.

### **3 Relato de la experiencia de enseñanza de la mecánica en grado décimo**

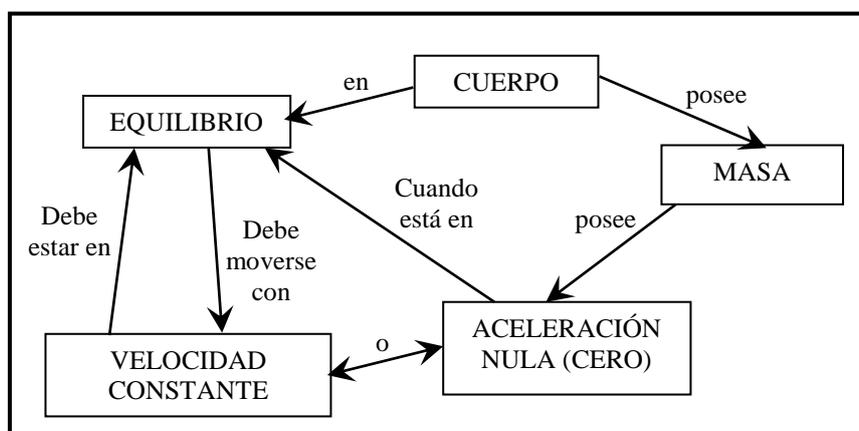
La primera actividad del curso consistió en iniciar la creación de un mapa conceptual sobre la idea física de rapidez, ya que es más fácil de comprenderla que el concepto de velocidad. La elaboración de los mapas ha mostrado desde el principio, la dificultad de los estudiantes para reconocer conceptos y especialmente las conexiones que pueden darse entre ellos. Se dispusieron clases donde los estudiantes se dotaron de textos diversos de física para que leyeran y elaboraran su propio mapa. Muchos de los planteamientos parecen más agrupaciones de temáticas que una red de trabajo en la que se pudiese apreciar con claridad la idea. Este primer insumo supuso que uno de los retos a mejorar era precisamente los procesos de conceptualización en contextos físicos.

En la segunda actividad se solicitó a equipos de estudiantes la creación de cuatro problemas de rapidez (se solicitó al menos uno con dos cuerpos en movimiento). La actividad incorporaba además, la construcción de la solución a los problemas a través de cuatro formas de representación: algebraica (elaborando las ecuaciones respectivas), tabla de datos (determinando los incrementos de tiempo respecto a la distancia recorrida), gráfica en plano cartesiano (usando el plano cartesiano para establecer las relaciones entre los valores de tiempo y distancia) y el escrito conceptual (donde se debían ubicar las razones y argumentos conceptuales que daban sustento a los procesos modelación y de solución del problema).

Desde el principio se hacen evidentes ciertas tendencias: para la mayoría de los estudiantes fue más cómodo comprender la construcción de las gráficas en plano cartesiano (distancia Vs. Tiempo) bajo la idea de proporción aritmética (a cierto número de segundos se identifica el mismo aumento de distancia); b) la traducción a tabla de datos de estos comportamientos, lo que fue comprendido por menos estudiantes; c) la construcción conceptual apareció como la más limitada al lado del trabajo algebraico. Para solucionar este tipo de tareas se realizó una sesión de trabajo en la que se tomó una piedra u otro elemento que representase el móvil (o cuerpo enunciado en el problema) considerado, se trazó una línea sobre el suelo, y con estos elementos se desarrolló asesoría por equipos en la que se orientó el poner en relación la distancia y el tiempo con que se realiza el movimiento de la piedra (u otro objeto) bajo las condiciones del enunciado.

Una tercera actividad se orienta a proponer la construcción de cuatro problemas en los que los cuerpos se moviesen con velocidad constante. En este punto empieza a hacerse una distinción entre desplazamiento y distancia, como entre rapidez y velocidad. Se recurre nuevamente al trabajo con cuatro formas de representación, complejizando un poco más la modelación del movimiento de los cuerpos. Estos avances se evaluaron a través de los registros de los estudiantes y la realización de examen escrito por parejas. La entrega de notas del examen y la valoración de las dificultades permitieron obtener un primer consenso con los estudiantes:

realmente el examen no estaba difícil, pues al solucionarlo se dieron cuenta que era comprensible; lo que sí quedó claro es que se deben mejorar los procesos de interpretación y argumentación que vienen realizando. En otras palabras, aprender a interpretar y argumentar no es un capricho del profesor, es una necesidad.



**Figura 1.** Mapa conceptual colectivo que responde a la pregunta: ¿cómo se relacionan la velocidad constante de un cuerpo y su estado de equilibrio?

La cuarta actividad consistió en iniciar la exploración del significado de equilibrio dinámico y establecer, en referencia con los aprendizajes anteriores, una primera red conceptual en la que se propusiera como hipótesis la relación que podría existir entre velocidad de un cuerpo y su estado de equilibrio. Este componente dio inicio a la realización de la primera práctica de laboratorio alrededor de la siguiente cuestión: ¿Qué relación existe entre la velocidad de un cuerpo y su estado de equilibrio mecánico?

La quinta actividad, se compuso de tres tareas distintas: a) la presentación pública de la experiencia de laboratorio<sup>1</sup> realizada por cada grupo de estudiantes; b) la puesta en debate de las conclusiones de cada grupo de trabajo, identificando disensos, consensos y datos que soporten tales afirmaciones; c) tarea de síntesis por grupos en las que se integre el concepto de aceleración a todos los avances que se han obtenido.<sup>2</sup>

Los guiones de las actividades relacionadas pueden descargarse de la dirección electrónica: <http://formandomaestrosyciudadanos.wordpress.com/curso-de-fisica-2012-materiales-de-apoyo/>

### 3.1 La relación entre equilibrio dinámico de un cuerpo y su movimiento con velocidad constante

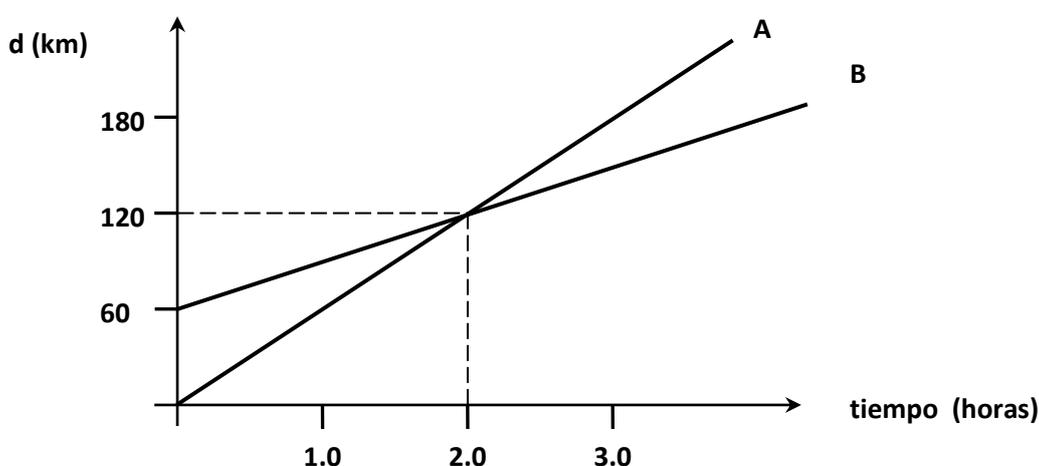
En la ejecución del debate (posible gracias a las actividades anteriores) se formularon en función de cada una de las diferentes prácticas de laboratorio que se realizaron, las siguientes proposiciones como consenso:

<sup>1</sup> La práctica de laboratorio consistió en tres experiencias donde se midieron tiempos y desplazamientos que sirven de soporte para responder la cuestión central: la máquina de Atwood, donde algunos estudiantes estudiaron el caso donde las masas son iguales, otros cuando son desiguales, otros ambas posibilidades; otros equipos dispusieron un resorte (o muelle) elástico del cual colgaron pesas y estudiaron, unos, el estado de equilibrio y, otros, el estado de desequilibrio y el comportamiento desde el inicio del movimiento por acción del peso suspendido del resorte; otros estudiaron el comportamiento de una burbuja de aire que asciende al interior de un fluido viscoso, confinados al interior de una manguera sellada por ambos extremos.

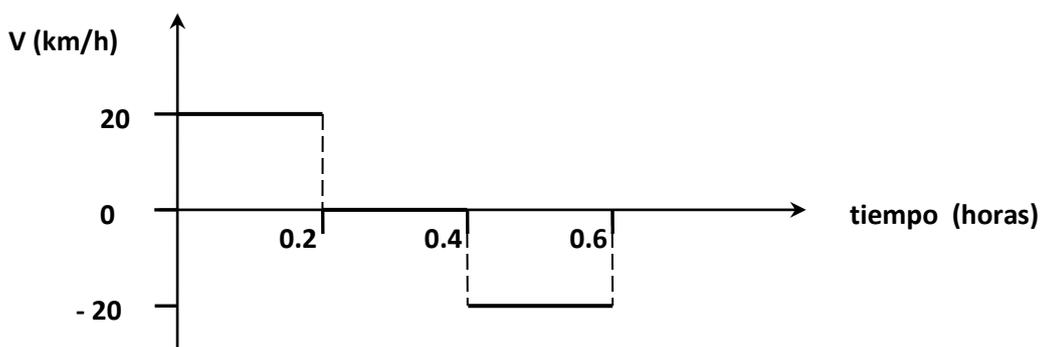
<sup>2</sup> Una de las integraciones de dichos conceptos se ha hecho mediante la construcción de mapas conceptuales colectivos identificando y defendiendo las diferentes proposiciones.

- Si un cuerpo se mueve con velocidad constante debe estar en equilibrio.
- Si un cuerpo se mueve con velocidad constante puede estar en equilibrio.
- Si un cuerpo está en equilibrio entonces se mueve con velocidad constante.
- Si un cuerpo está en equilibrio entonces puede que se mueva con velocidad constante.

Al indagar con varios estudiantes, se identifica que aquellos que tan sólo dejan esta relación en términos de posibilidad (puede) lo hacen porque consideran que hablan de una práctica, pero no de todas las prácticas realizadas o aquellas que existan por fuera de la clase. Otros se toman el atrevimiento a conjeturar que siempre puede ser así, aunque no necesariamente han explorado todos los casos posibles.<sup>3</sup> Bajo esta aclaración, que no todos los estudiantes están convencidos de que siempre, si un cuerpo está en equilibrio dinámico entonces se mueve con velocidad constante y viceversa, se propuso a los estudiantes que se aceptaran así (figura 1), pero se encontrará siempre en revisión.



**Figura 2a.** Representación gráfica para el movimiento de un cuerpo que se mueve con velocidad constante por tramos de tiempo.



**Figura 2b.** Representación gráfica para el movimiento de un cuerpo que se mueve con velocidad constante por tramos de tiempo.

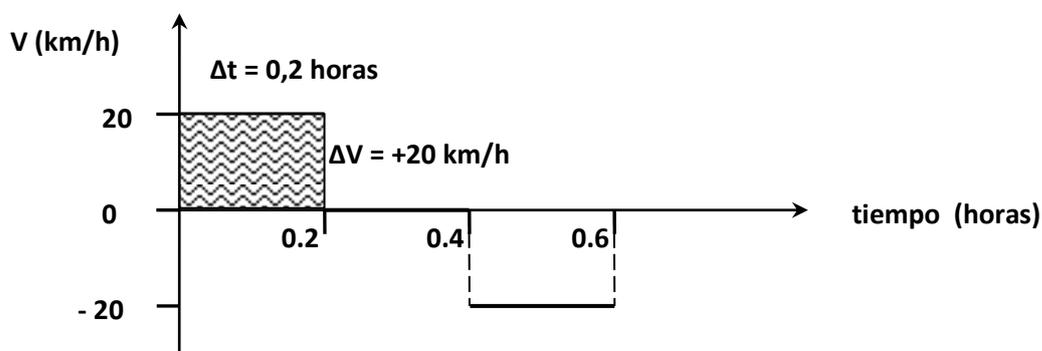
En este contexto conceptual, las representaciones en plano cartesiano típicas para este tipo de situaciones con velocidad constante nos muestran gráficas por trozos de líneas rectas

<sup>3</sup> El asunto de las bases de la generalización aparece como un problema sociocultural y no como un problema cognitivo, como a veces se le acostumbra considerar.

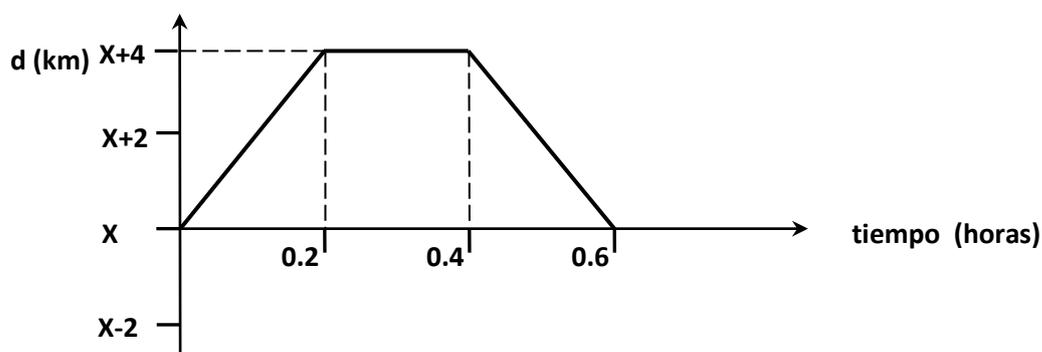
que a cada lapso de tiempo igual crecen o decrecen una misma cantidad en el desplazamiento (figura 2).

Es fácil comprender la primera gráfica (figura 2a) como un caso en el cual para la recta B representa un cuerpo que se deslaza 30 kilómetros (+30 km) alejándose del origen por cada hora de tiempo transcurrida. *De acuerdo a lo expuesto, este cuerpo se habría desplazado siempre en condición de equilibrio mecánico, ya sea porque no actúan fuerzas sobre él o porque las que actúan se anulan entre sí, ocasionando que siempre lleve una velocidad constante.*

El segundo caso (figura 2b) nos presenta una situación un poco más compleja en la que el cuerpo se aleja hacia la derecha del origen a una velocidad de 20 km/h (+20 kilómetros por cada hora de tiempo) durante 0,2 horas (2/10 de hora = 12 minutos). Entre las 0,2 horas y las 0,4 cuatro horas se queda en reposo; y entre 0,4 y 0,6 horas a 20 kilómetros por cada hora se mueve hacia la izquierda (- 20 km/h) durante 0,2 horas (12 minutos).



**Figura 3a.** Cálculo del desplazamiento y la distancia recorrida a partir de los valores de la gráfica de velocidad contra tiempo.



**Figura 3b.** Gráfica de Desplazamiento contra Tiempo que le corresponde al movimiento representado en la gráfica 3a.

A partir de la gráfica de Velocidad contra Tiempo es posible encontrar que el incremento<sup>4</sup> en el Desplazamiento ( $\Delta d$ ) en la gráfica 3b es igual a multiplicar el valor del incremento de la velocidad ( $\Delta V$ ) por el incremento del tiempo ( $\Delta t$ ) en la gráfica 3a. En términos algebraicos tendríamos la siguiente expresión, siempre aplicable a este tipo de situaciones con velocidad constante:

<sup>4</sup> El incremento es la palabra técnica en matemáticas para hablar del aumento de una cantidad.

$$\Delta d = \Delta V \times \Delta t$$

Aplicando esta expresión a todos los tramos que se identifican en la gráfica 3a, encontramos que:

$$+ 4 \text{ km} = (+20 \text{ km/h}) \times 0,2 \text{ h}; \text{ para el tramo que va desde } 0,0 \text{ a } 0,2 \text{ horas}$$

$$+ 0 \text{ km} = (+0 \text{ km/h}) \times 0,2 \text{ h}; \text{ para el tramo que va desde } 0,2 \text{ a } 0,4 \text{ horas}$$

$$- 4 \text{ km} = (-20 \text{ km/h}) \times 0,2 \text{ h}; \text{ para el tramo que va desde } 0,4 \text{ a } 0,6 \text{ horas}$$

Debe tenerse en cuenta que siempre el tiempo será de valor positivo, por lo que tan sólo cambia el valor de la velocidad. Si el cuerpo partió de una posición X, los datos anteriores nos dicen que el cuerpo se desplazó 4 kilómetros hacia la derecha del origen, luego se quedó en reposo, y posteriormente se movió hacia la izquierda 4 kilómetros. Lo que permite concluir que el cuerpo en 0,6 horas regresó nuevamente a la posición inicial (aquí llamada X). Algebraicamente sería:

$$\text{Desplazamiento total} = (+ 4 \text{ km}) + (0 \text{ km}) + (- 4 \text{ km}) = 0 \text{ km}$$

Por otro lado, si nos preguntarán por la distancia recorrida (la suma de los valores positivos del desplazamiento) llegaríamos a lo siguiente, a 8 kilómetros recorridos:

$$\text{Distancia total} = (+ 4 \text{ km}) + (0 \text{ km}) + (+ 4 \text{ km}) = + 8 \text{ km}$$

Realizando el análisis del equilibrio mecánico del cuerpo al moverse hacia la izquierda o derecha<sup>5</sup> respecto al origen podemos encontrar que entre las 0 horas y las 0,2 horas el cuerpo se encuentra en equilibrio; en las 0,2 horas frena, pierde velocidad y queda en reposo; entre las 0,2 y las 0,4 horas se encuentra en equilibrio, y nuevamente a las 0,4 horas aumenta su velocidad; entre las 0,4 horas y las 0,6 horas se encuentra nuevamente en equilibrio mecánico.

Con la intención de identificar una relación necesaria entre el equilibrio mecánico de una masa y el movimiento con velocidad constante del mismo cuerpo, se hizo posible relacionar las diversas gráficas en plano cartesiano y encontrar una fórmula que permitiera encontrar el desplazamiento de un cuerpo, sabiendo el valor de los incrementos de velocidad y tiempo. De esta fórmula también es posible despejar las otras dos variables, obteniendo el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\text{Para hallar desplazamiento (o distancia): } \Delta d = \Delta V \times \Delta t$$

$$\text{Para hallar velocidad (o rapidez): } \Delta V = \Delta d \div \Delta t$$

$$\text{Para hallar tiempo: } \Delta t = \Delta d \div \Delta V$$

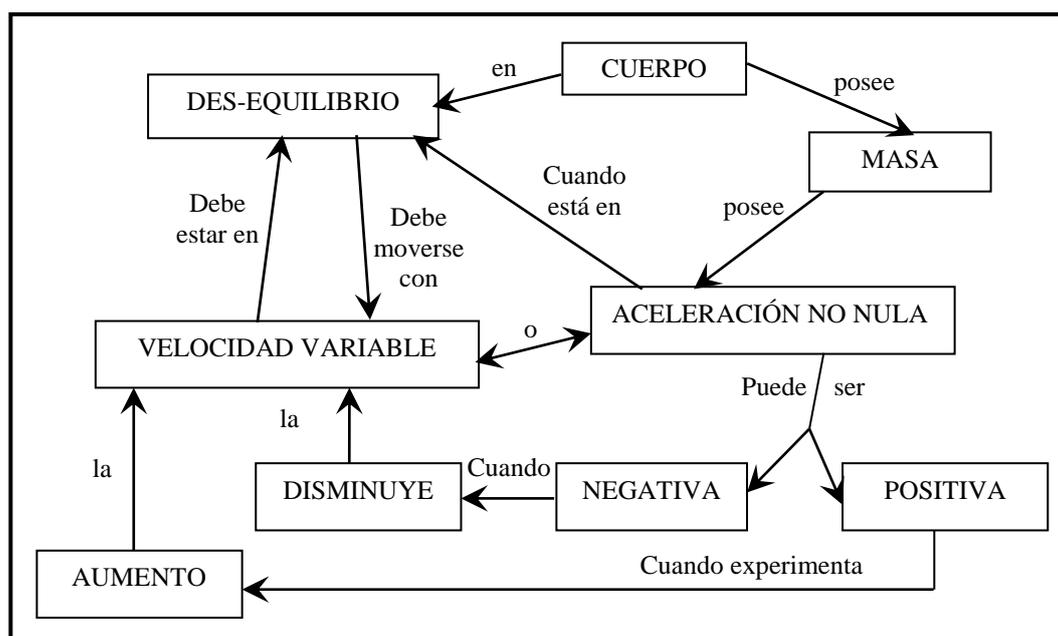
### 3.2 La relación entre des-equilibrio dinámico de un cuerpo y su movimiento con velocidad constante

En el debate se identificaron como gran consenso las siguientes proposiciones, en función de cada una de las prácticas de laboratorio que se realizaron:

- Si un cuerpo se mueve con velocidad variable (cambiante) debe estar en des-equilibrio.
- Si un cuerpo se mueve con velocidad variable (cambiante) puede estar en des-equilibrio.
- Si un cuerpo está en des-equilibrio entonces se mueve con velocidad variable (cambiante).

<sup>5</sup> Aquí se imagina que el cuerpo se mueve sobre una línea recta horizontal, hacia la izquierda o hacia la derecha. Pero también se puede pensar en el movimiento sobre una línea recta vertical o diagonal.

- Si un cuerpo está en des-equilibrio entonces puede que se mueva con velocidad variable.

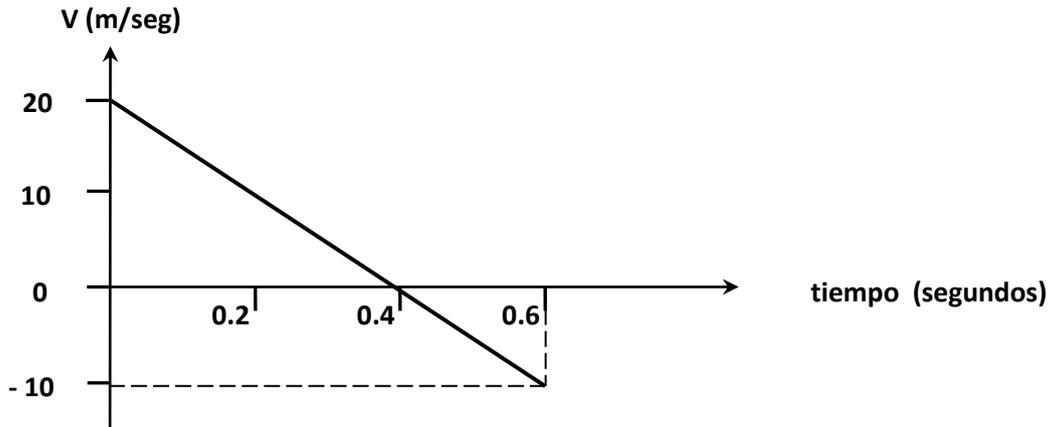


**Figura 4.** Mapa conceptual colectivo que responde a la pregunta: ¿cómo se relacionan la velocidad variable (cambiante) de un cuerpo y su estado de des-equilibrio?

Al indagar con varios estudiantes, se identifica que aquellos que tan sólo dejan esta relación en términos de posibilidad (puede) lo hacen porque consideran que hablan de una práctica, pero no de todas las prácticas realizadas o aquellas que existan por fuera de la clase. Otros se toman el atrevimiento a conjeturar que siempre puede ser así, aunque no necesariamente han explorado todos los casos posibles.<sup>6</sup> Bajo esta aclaración, que no todos los estudiantes están convencidos de que siempre si un cuerpo está en des-equilibrio dinámico entonces se mueve con velocidad variable (cambiante) y viceversa, he propuesto a los estudiantes que lo aceptemos así (figura 4), pero siempre se encontrará en revisión.

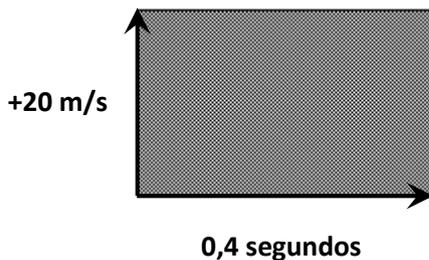
<sup>6</sup> En los problemas con los que los varios grupos de estudiantes desarrollaron la práctica ocurrió que identificaron momentos en los que el cuerpo se encontraba en desequilibrio, y otros donde se encuentra en equilibrio; por ejemplo el resorte (muelle) elástico suspendido verticalmente al cual se le suspende un peso. Esta experiencia en especial llevó a conflictos conceptuales debido a que es posible colocar sobre el muelle en posición pesos tan pequeños que apenas generan estiramiento del muelle, estando en contra de lo que se había planteado en los mapas conceptuales colectivos.

### 3.3 Inclusión de representaciones y modelos de mayor complejidad<sup>7</sup>



**Figura 5.** Representação gráfica para o movimento de um corpo que se move com velocidade variável que muda o mesmo valor quando transcorre igual quantidade de tempo (aceleração constante).

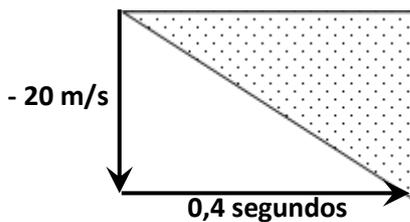
De maneira similar, para calcular o deslocamento (ou a distância) do corpo em determinado intervalo de tempo (entre 0,0 segundos e 0,6 segundos) se procede a calcular achando a área abaixo da curva. Entre os tempos 0,0 segundos e 0,4 segundos a área seria a seguinte (hacia arriba aumento positivo, hacia abajo sería negativo):



El móvil (cuerpo en movimiento), desde el inicio el movimiento registrado en la gráfica tiene una velocidad de 20 metros/segundo. Calculamos el área que se da en este tramo, tomando el área del rectángulo que se forma:

$$\begin{aligned}\Delta d &= \Delta V \times \Delta t \\ \Delta d &= (20\text{ m/s}) \times (0,4\text{ segundos}) \\ \Delta d &= 8\text{ metros}\end{aligned}$$

Este resultado significa que si hubiese seguido con velocidad constante entonces se habría desplazado 8 metros hacia la derecha.



Ahora, para obtener el área del triángulo debemos quitar el área de un triángulo que tiene por altura 20 m/seg y ancho de 0,4 segundos. Calculamos el área que se da en este tramo, tomando el área del triángulo que se forma:

$$\begin{aligned}\Delta d &= \frac{1}{2} \Delta V \times \Delta t \\ \Delta d &= \frac{1}{2} \times (-20\text{ m/s}) \times (0,4\text{ segundos}) \\ \Delta d &= -4\text{ metros}\end{aligned}$$

Para calcular el desplazamiento entre 0,0 y 0,4 segundos [ $d(0,0 - 0,4\text{ segundos})$ ] sumamos los dos resultados:

$$d(0,0 - 0,4\text{ segundos}) = 8\text{ metros} + (-4\text{ metros}) = 4\text{ metros}$$

<sup>7</sup> En continuidad con el trabajo anterior a partir de aquí se presentan diversos desarrollos que se pusieron en consideración al interior de las aulas de clase, más complejos, y con el propósito de ampliar el panorama conceptual de los estudiantes, integrando formas de representación, modelos, estrategias, demostraciones y nuevos problemas que hacen posible considerar la relación con los diferentes énfasis a los que pertenecen los estudiantes.

Este resultado significa físicamente que el móvil inicio con una velocidad de 20 m/s, el cuerpo en estado de des-equilibrio y moviéndose hacia la derecha respecto al origen, experimenta una pérdida de velocidad (o aceleración negativa) al ritmo de -20 m/s por cada 0,4 segundos (o -50 m/s por 1 segundo). El cuerpo alcanza a desplazarse 4 metros hacia la derecha, hasta pararse en el tiempo 0,4 segundos. El estado de desequilibrio persiste con la misma aceleración (se conserva la línea recta), y las fuerzas que actúan sobre el móvil llevan al cuerpo a que entre los tiempos 0,4 y 0,6 segundos se mueva hacia la izquierda. Siguiendo el mismo razonamiento anterior es posible determinar que el desplazamiento en este intervalo de tiempo (o entre estos valores) es de 2 metros hacia la izquierda (- 2 metros).

Con base en el desplazamiento y la distancia se pueden afirmar varias cosas para este móvil:

- El móvil se desplaza entre 0,0 y 0,4 segundos +4 metros, o sea hacia la derecha (positivo).<sup>8</sup>
- El móvil se desplaza entre 0,4 y 0,6 segundos - 2 metros, o sea que se mueve hacia la izquierda.
- Para cuando tenemos el tiempo 0,6 segundos el cuerpo se ha desplazado 2 metros respecto al origen, lo que se obtiene de la suma: + 4 metros + (- 2 metros) = + 2 metros.
- En el tiempo de valor 0,6 segundos el cuerpo ha recorrido la distancia de 6 metros, como resultado de sumar los valores positivos de los desplazamientos que tuvo el cuerpo en este tiempo.

Como en la situación de equilibrio, en este caso de des-equilibrio es posible encontrar varias fórmulas para hallar desplazamiento, velocidad y aceleración de los cuerpos que experimentan un cambio de velocidad (aceleración no nula). Tales fórmulas se llaman normalmente las ecuaciones de movimiento traslacional (se traslada en línea recta o se identifican las traslaciones respecto a varias líneas rectas para obtener la representación del movimiento del cuerpo<sup>9</sup>) del cuerpo.

Por definición, la aceleración es el valor del cambio que experimenta la velocidad del cuerpo, o sea que podemos aplicar la ecuación de la pendiente para una recta:

$$Aceleración = \frac{Velocidad_{final} - Velocidad_{inicial}}{tiempo_{final} - tiempo_{inicial}}$$

En símbolos matemáticos se puede escribir lo anterior como sigue:

$$a = (\Delta V \div \Delta t) \quad \text{Fórmula para calcular la aceleración del móvil}$$

<sup>8</sup> Aquí ocurre lo mismo que con el caso anterior con velocidad constante, se supone que el móvil se mueve en línea recta horizontalmente, pero también podríamos pensar que hablamos de un cuerpo que se mueve sobre una línea recta vertical o en cualquier dirección. *Realmente se habla de una situación teórica conceptual, en los casos reales si se podrá tener idea de cómo ubicar de manera adecuada la línea recta o líneas rectas que sirven de referencia para saber cómo se mueve el cuerpo.*

<sup>9</sup> Por ejemplo, en el caso del movimiento parabólico estudiado en dos dimensiones (alto y ancho) se asume que el cuerpo verticalmente se encuentra en des-equilibrio, bajo la acción de la fuerza de gravedad que disminuye la velocidad del cuerpo cuando sube y hace que la velocidad aumente cuando baja. En el ancho (horizontal) en los modelos de los libros normalmente se asume que el cuerpo está en equilibrio, por lo se mueve con velocidad constante. Para saber la posición del cuerpo en un tiempo determinado, se calcula dónde se encuentra verticalmente y dónde se encuentra horizontalmente, con estos datos se ubica un punto en el plano cartesiano, obteniendo su posición. Semejante procedimiento se aplica para obtener la velocidad en cualquier instante.

Para calcular la velocidad del cuerpo (o móvil) en cualquier tiempo ( $V_{\text{final}}$  ó  $V_f$  ó  $V_{(t=\text{tiempo final})}$ ) se infiere el sumar la velocidad inicial ( $V_o$  ó  $V_i$  ó  $V_{\text{inicial}}$ ) con el aumento de velocidad ( $\Delta V$ ); lo que matemáticamente se expresa así:<sup>10</sup>

$$V_{\text{final}} = V_{\text{inicial}} + \Delta V$$

El incremento en la velocidad ( $\Delta V$ ) lo podemos dividir y multiplicar por el incremento de tiempo ( $\Delta t$ ), lo que no altera la fórmula ya que al dividir estos dos valores nos da 1 siempre y cuando sean diferentes a cero. En esta expresión se puede reemplazar y obtener:

$$V_{\text{final}} = V_{\text{inicial}} + \Delta V \times \left( \frac{\Delta t}{\Delta t} \right)$$

Haciendo el siguiente movimiento algebraico, buscando que el incremento del tiempo divida el incremento de la velocidad, obtenemos:

$$V_{\text{final}} = V_{\text{inicial}} + \Delta t \times \left( \frac{\Delta V}{\Delta t} \right)$$

Se anota esta expresión es precisamente la aceleración, por lo que la fórmula final que se obtiene es la siguiente:

$$V_{\text{final}} = V_{\text{inicial}} + a \times \Delta t$$

Fórmula donde se relacionan velocidad final del móvil con el valor de la velocidad inicial, la aceleración que experimenta y el tiempo de transcurrido el movimiento.

Ahora, teniendo como ejemplo el caso expresado en la figura 5 se halla que el desplazamiento ( $d$ ) del cuerpo es equivalente a realizar la sumatoria de áreas:

$$d = V_{\text{inicial}} \times \Delta t + \left( \frac{1}{2} \right) (\Delta V \times \Delta t)$$

Realizando una multiplicación y división simultánea por incremento de tiempo ( $\Delta t$ ), parecida a la anterior, se obtiene:

$$d = V_{\text{inicial}} \times \Delta t + \left( \frac{1}{2} \right) (\Delta V \times \Delta t) \times \left( \frac{\Delta t}{\Delta t} \right)$$

Conmutando y asociando,

$$d = V_{\text{inicial}} \times \Delta t + \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{\Delta V}{\Delta t} \right) (\Delta t \times \Delta t)$$

$$d = V_{\text{inicial}} \times \Delta t + \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{\Delta V}{\Delta t} \right) (\Delta t)^2$$

Fórmula que relaciona desplazamiento del móvil con velocidad inicial, tiempo y aceleración.

Una tercera fórmula aparece de la siguiente manera; sabiendo que la velocidad final es igual a la velocidad inicial más el incremento de velocidad ( $\Delta V$ ):

$$V_{\text{final}} = V_{\text{inicial}} + \Delta V$$

<sup>10</sup> En diferentes textos de física se usa diferentes símbolos para representar lo mismo, con los estudiantes se ha considerado que lo importante es tener conceptualmente claro de lo que se está hablando.

Elevando a la izquierda y a derecha al cuadrado, obteniendo dos expresiones que siguen siendo iguales entre sí; a continuación se resuelve algebraicamente:

$$(V_{\text{final}})^2 = (V_{\text{inicial}} \times \Delta V)^2, \text{ desarrollando el cuadrado tendremos}$$

$$(V_{\text{final}})^2 = (V_{\text{inicial}})^2 + 2(V_{\text{inicial}} \times \Delta V) + (\Delta V)^2$$

Multiplicando el segundo y tercer término de la derecha por  $\left(\frac{\Delta t}{\Delta t}\right)$  se halla,

$$(V_{\text{final}})^2 = (V_{\text{inicial}})^2 + 2(V_{\text{inicial}})(\Delta V)\left(\frac{\Delta t}{\Delta t}\right) + (\Delta V)^2\left(\frac{\Delta t}{\Delta t}\right)$$

Al sacar el factor  $\left(\frac{2\Delta V}{\Delta t}\right)$  en el segundo y tercer término de la derecha,

$$(V_{\text{final}})^2 = (V_{\text{inicial}})^2 + \left(\frac{2\Delta V}{\Delta t}\right) [(V_{\text{inicial}})(\Delta t) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right) (\Delta t)^2]$$

El nuevo segundo término de la derecha que  $\left(\frac{2\Delta V}{\Delta t}\right)$  es igual a dos veces la aceleración o  $2a$ ; igualmente el factor entre corchetes es igual a la fórmula del desplazamiento. Por tanto, al reemplazar se deriva la siguiente expresión:

$$(V_{\text{final}})^2 = (V_{\text{inicial}})^2 + 2ad$$

Fórmula donde se relacionan velocidad final, velocidad inicial, aceleración del cuerpo y desplazamiento del cuerpo.

Es así que las fórmulas obtenidas, desde la perspectiva algebraica, nos dan varias posibilidades de solución. Un resumen de las fórmulas en términos de dificultades y fortalezas puede ser el siguiente. Debe tenerse en cuenta que para usar las fórmulas y resolverlas para casos especiales se entiende como fortalezas que en casos específicos tan sólo quede una incógnita y se conozcan los demás valores de las variables, o que las fórmulas permite usar algunas variables sin involucrar todas las que caracterizan el movimiento del cuerpo.

**Tabla 1.** Resumen de las fórmulas que sirven para describir y estudiar el movimiento de un cuerpo que se mueve con aceleración constante (la velocidad siempre cambia lo mismo por valores iguales de tiempo), en estado de desequilibrio.

Fórmula	Debilidades y fortalezas algebraicas
$a = (\Delta V \div \Delta t)$	Esta expresión exige definir cuáles son los tiempos inicial y final para poder valorar el tiempo; su aplicación para obtener los datos de una gráfica o un problema requiere tener claridad sobre los tramos a analizar. Recuérdese que los tramos deben ser rectos o el cuerpo debe estar sometido a las mismas fuerzas (igual fuerza neta, la que se obtiene sumando todas las fuerzas que actúan), pues en caso de cambiar la relación entre las fuerzas deberá variar la velocidad, “torciendo” la los trazos rectos de la gráfica.
$V_{\text{final}} = V_{\text{inicial}} + a \times \Delta t$	Esta expresión tiene la ventaja de que omite el conocimiento del valor del desplazamiento. Debe tenerse cuidado en establecer el valor de la velocidad inicial, y recordar que la velocidad final se obtiene gracias a la variación de la velocidad que nos da la aceleración. Esta aceleración aquí se considera constante, debida

	a un estado de des-equilibrio en el que las fuerzas que actúan sobre el cuerpo no cambian de valor.
$d = V_{\text{inicial}} \times \Delta t + \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right) (\Delta t)$	En esta fórmula no es necesario conocer la velocidad final que lleva el cuerpo. Uno de los tipos de soluciones más difíciles se da cuando hay que hallar tiempo; para dicho caso se debe solucionar como una ecuación de la forma $ax^2 + bx + c = 0$ , donde la variable $x$ sería el tiempo.
$(V_{\text{final}})^2 = (V_{\text{inicial}})^2 + 2ad$	Esta expresión no requiere del tiempo en que se ha movido el cuerpo, tan sólo basta con conocer velocidad final, velocidad inicial, aceleración y tiempo.

Hasta este punto debe quedar claro que la forma de construir modelos sobre el movimiento de los cuerpos no se hace solamente con las fórmulas, también se realiza a través de las gráficas en plano cartesiano (Desplazamiento vs. Tiempo; Velocidad vs. Tiempo), las tablas de datos (como se ha hecho en las prácticas de laboratorio y en la construcción de los problemas que ha formulado cada grupo de estudiantes) y a través del lenguaje escrito conceptual. *Cada estudiante debe saber que entre más formas de representación (gráficas en plano cartesiano, tablas de datos, expresiones algebraicas, representación escrita conceptual) maneje en la construcción y desarrollo de los problemas, mejor y más complejo será su dominio en estas temáticas.*

### 3.4 La modelación física de diversas situaciones del mundo físico y cotidiano

Hasta este punto, y como se quiso mostrar en el desarrollo del debate, debe mencionarse que son pocos los fenómenos físicos que se encuentran solamente en estado de equilibrio o solamente en estado de des-equilibrio. Una de las capacidades grandes que se deben tener cuando de modelar físicamente el mundo real cotidiano se trata es precisamente aprender a reconocer en qué momento la situación es de equilibrio, de des-equilibrio o una combinación de ellas dependiendo de la línea recta (horizontal, vertical, profundidad o ejes X, Y, Z) que se tomen. Es así que este apartado se ha dejado para el final, intentando destacar la forma en que se pueden integrar estas dos situaciones en diversos fenómenos físicos. *Los problemas que a continuación se presentan fueron expuestos en los grupos con la intención de valorar desde el aula el grado de comprensión que los estudiantes muestran sobre los mismos, para lo cual se hicieron preguntas y se promovió la emisión de juicios y predicciones que eran discutidos colectivamente.*

#### 3.4.1 La caída libre: Un caso de des-equilibrio

Cuando un cuerpo cae por acción de la fuerza de gravedad (o peso hacia abajo) también experimenta un rozamiento con el aire (en contra del desplazamiento del cuerpo y hace que pierda velocidad al caer, lo desacelera), siempre y cuando esté al interior de la atmósfera de la Tierra. Aun así, en la mayoría de los libros de texto de física este tipo de situaciones solamente se trata como un modelo físico avanzado. Como alternativa se acostumbra tomar una reducción en la que se excluye la fuerza de fricción, asumiendo que su efecto es básicamente pequeño. De esta forma se trabaja solamente con la fuerza de gravedad (o peso del cuerpo) actuando hacia abajo, lo que permite caracterizar la situación como una donde ocurre desequilibrio, y aumenta la velocidad cuando el cuerpo se mueve hacia abajo.

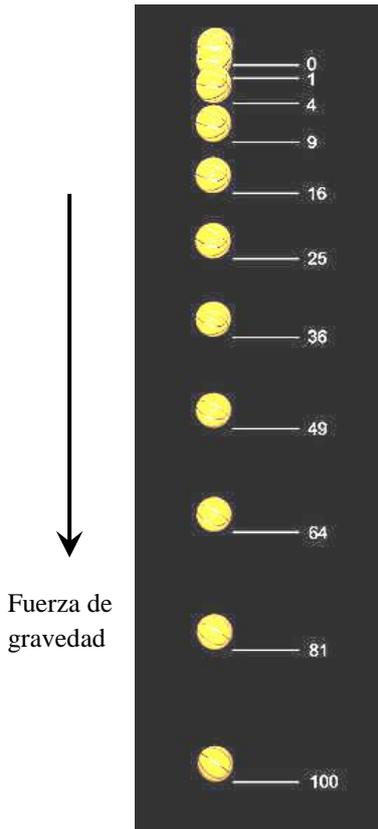
Un análisis de las fuerzas que actúan sobre dicho cuerpo serían las siguientes. Tomando como referencia la línea recta vertical (o eje Y, como se acostumbra llamar en los libros de texto) encontramos las siguientes fuerzas:

$$-F_g = m_{\text{balón}} \times a_y$$

Esta expresión significa que la fuerza de gravedad o peso, hacia abajo, se representa negativa y es la única fuerza actuando, lo que es suficiente para afirmar que es una situación de des-equilibrio. En la derecha obtenemos la masa del balón multiplicada por la aceleración en Y o vertical, que causa esta fuerza de gravedad; los dos valores (lo de la izquierda del igual con lo que está a la derecha) deben ser iguales en valor.

Haciendo un análisis respecto a la línea horizontal (o eje X, como aparece en los libros de texto) encontramos que no actúa ninguna fuerza. Lo que se puede escribir de la siguiente manera:

$$0 = m_{\text{balón}} \times a_y$$



**Figura 6.** Fotografía de un cuerpo cayendo por acción de la fuerza de la gravedad. Tomado de Wikipedia de la dirección: [http://es.wikipedia.org/wiki/Ca%C3%ADa\\_libre](http://es.wikipedia.org/wiki/Ca%C3%ADa_libre)

Esta expresión significa que no actúa fuerza alguna horizontalmente, se representa como nula (cero), lo que es suficiente para afirmar que es una situación de equilibrio vista horizontalmente. En la derecha se obtiene la masa del balón multiplicada por la aceleración en X u horizontal, que no causa aceleración (o sea que la  $a_x$  es igual a cero); los dos valores (lo de la izquierda del igual o lo de la derecha) deben ser iguales en valor.

Si se pretende calcular el tiempo que tarda dicho balón en caer 100 metros, como aparece en la figura, se recurre a la tabla 1 para buscar cuál de las fórmulas es útil. Después de hacerlo se considera que la más adecuada es la siguiente:

$$d = V_{\text{inicial}} \times \Delta t + \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\Delta V}{\Delta t}\right) (\Delta t)^2$$

Es posible observar que el dato de desplazamiento (-100 metros), la velocidad inicial = 0 metros/segundo; la aceleración la conocemos<sup>11</sup> y es  $a = -10$  metros/segundo<sup>2</sup> (es negativa porque va hacia abajo); este valor significa que cuando cae el cuerpo, a medida que pasa un segundo, el balón aumenta su velocidad en 10 metros/segundo<sup>2</sup>. Reemplazando los datos en la fórmula se define la siguiente ecuación:

$$-100 \text{ m/s} = (0 \text{ m/s}) \times \Delta t + \left(\frac{1}{2}\right) (-10 \text{ m/seg} \times \text{seg}) (\Delta t)^2$$

El primer término de la derecha se hace nulo porque 0 multiplicado por  $\Delta t$ , sin importar el valor de éste, dará cero. Al reducir la expresión queda:

$$-100 \text{ m/s} = + \left(\frac{1}{2}\right) (-10 \text{ m/seg} \times \text{seg}) (\Delta t)^2$$

<sup>11</sup> Redondeando el valor, algunas personas usan 9,83 metros/segundo<sup>2</sup>, otras usan 9,8 metros/segundo<sup>2</sup>.

De esta expresión reducida se despeja  $\Delta t$ , donde es posible obtener dos raíces, una de valor positivo y otra negativa; evidentemente se tomará como solución solamente la raíz positiva, pues el tiempo tan sólo puede ser positivo.

$$\Delta t = \pm 2 \sqrt{\frac{(2)(-100m/s)}{(-10m/seg \times seg)}}$$

El valor del tiempo  $\Delta t = 4,47$  segundos.<sup>12</sup>

### 3.4.2 El lanzamiento de proyectiles y el movimiento parabólico: Un caso combinado de equilibrio y des-equilibrio

El caso que se pone aquí en consideración con el propósito de ilustrar la complejidad de los fenómenos físicos a modelar es el del salto largo (figura 7). Al tomar como referencia para estudiar el equilibrio o des-equilibrio del cuerpo los ejes X (horizontal) y Y (vertical) se obtienen los siguientes análisis:

En la horizontal (eje X), después que el saltador se desprende del suelo, parte con una velocidad inicial horizontal y otra vertical<sup>13</sup>. Realizando primero el análisis horizontal es posible decir lo siguiente sobre la suma de las fuerzas que actúan:

$$- F_{\text{fricción}}_{\text{horizontal}} = m_{\text{persona}} \times a_x$$

Esta fuerza actúa en contra del movimiento del cuerpo, en este caso hacia la izquierda. La persona posee una velocidad inicial; al encontrarse en des-equilibrio, esta fuerza hace que varíe la velocidad inicial horizontal, de manera negativa o disminuyéndola. Esto hace pensar que si la persona concentra mucha energía saltando verticalmente, pero el impulso que hace horizontalmente es muy débil, entonces su alcance (medida de la distancia horizontal) será bastante corto.

En referencia con la línea recta vertical (eje Y) se puede establecer que el cuerpo también se encuentra en desequilibrio, siendo la suma de fuerzas la siguiente:

$$- F_{\text{gravedad}} + F_{\text{fricción}}_{\text{vertical}} = m_{\text{persona}} \times a_y$$

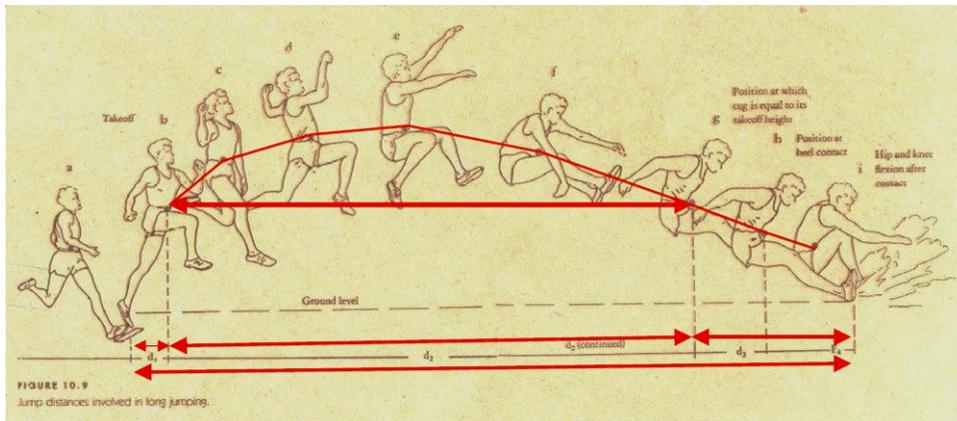
Esta expresión significa que verticalmente el saltador está afectado por dos fuerzas: por la fuerza de gravedad o peso (aparece negativo porque va hacia abajo) y una fuerza vertical de rozamiento que ejerce el aire sobre el saltador (positiva en la sumatoria); esta suma dará como resultado la masa de la persona por la aceleración vertical (valor de variación de la velocidad en relación con el tiempo). En este caso, si ocurriese que el saltador saltase con una velocidad demasiado grande horizontal y pequeña en la vertical, tendríamos que el saltador caería demasiado rápido al suelo.

A diferencia del caso referenciado en la cita 8 (página 9), donde se dice que se acostumbra no considerar la fuerza de fricción con el aire y se pone valor cero, en este caso deportivo es imposible quitar la fuerza de fricción, pues el gran volumen de la masa del cuerpo del saltador hace que el efecto de la fuerza de fricción con el aire sea considerable ya sea para

<sup>12</sup> Se propuso a los estudiantes ir a la dirección electrónica de profesor en línea alojada con extensión chilena: [http://www.profesorenlinea.cl/fisica/Movimiento\\_caida\\_libre.html](http://www.profesorenlinea.cl/fisica/Movimiento_caida_libre.html)

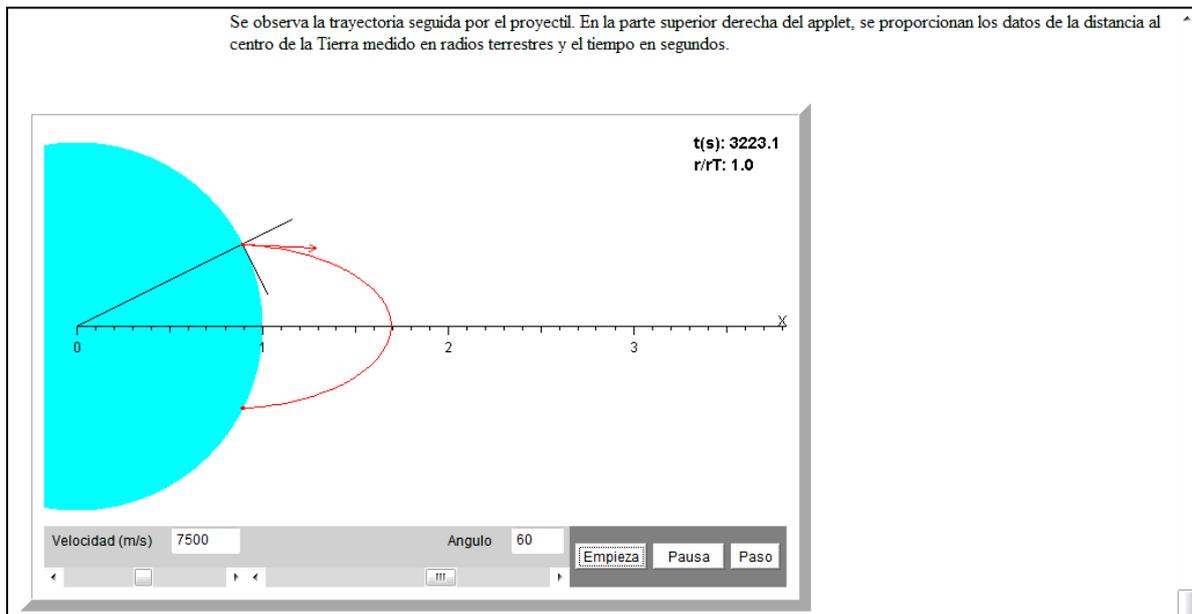
<sup>13</sup> Al representar estos dos valores obtenemos un triángulo rectángulo en donde ellos son los catetos adyacente y opuesto; la hipotenusa de dicho triángulo sería la velocidad que resulta de combinar estas dos velocidades. Dicha velocidad resultante es aquella con la que sale *disparado* el saltador para lograr la mayor distancia horizontal posible. Un problema interesante sería el siguiente: ¿cuál debe ser el ángulo con el que el saltador lograría la mayor distancia horizontal, o sea el mayor salto largo posible?

recortar demasiado la medida del salto o para aumentar demasiado la medida del salto.<sup>14</sup> A pesar de su gran complejidad, si se necesitara estudiar el modelo físico de este salto, se procede a trabajar usando los mismos conceptos y fórmulas que se han venido usando en los casos más sencillos.



**Figura 7.** Diagrama del salto alto. Movimiento parabólico en el que se tiene en cuenta la resistencia del aire sobre el saltador. Tomado del texto *Modelos Biomecánicos. Biomecánica Deportiva. Apuntes de clase* del autor Gustavo Ramón S., profesor de la Universidad de Antioquia (Medellín, Colombia).

Si se elimina la fuerza de fricción (por ejemplo en la caída de cuerpos pequeños y lo más redondos posibles), se obtiene la siguiente trayectoria parabólica (figura 8), lo que se hace eliminando del modelo de lanzamiento de los proyectiles la fuerza de fricción:

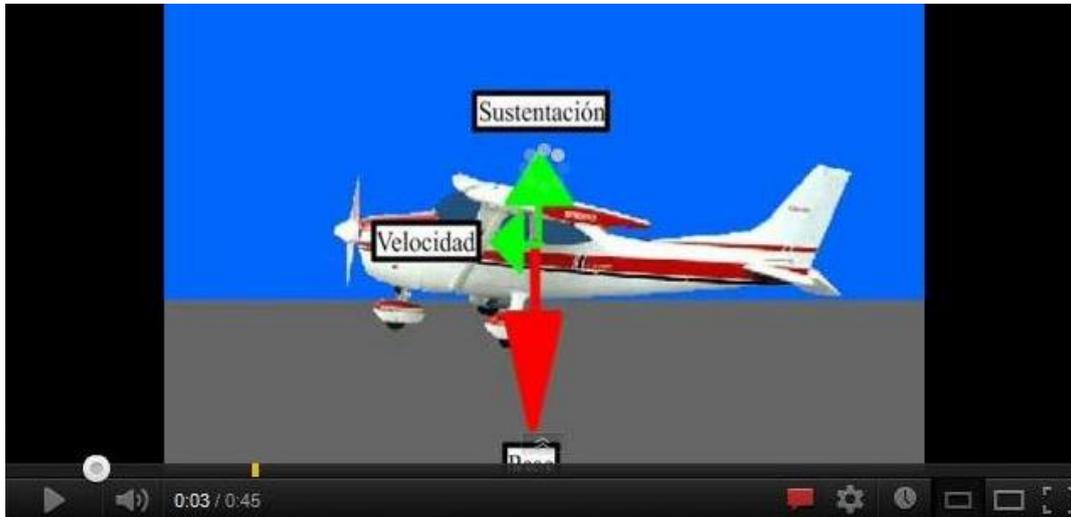


**Figura 8.** Trayectoria de un cuerpo que es lanzado con una velocidad de 7500 m/s y con un ángulo de  $60^\circ$  desde el planeta Tierra. Imagen tomada del applet donde se simula el movimiento parabólico en el curso *Física con Ordenador* de autoría del profesor Ángel Franco García. Disponible en la dirección <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/celeste/proyectil1/proyectil1.htm?CSRT=13372182365576283902>

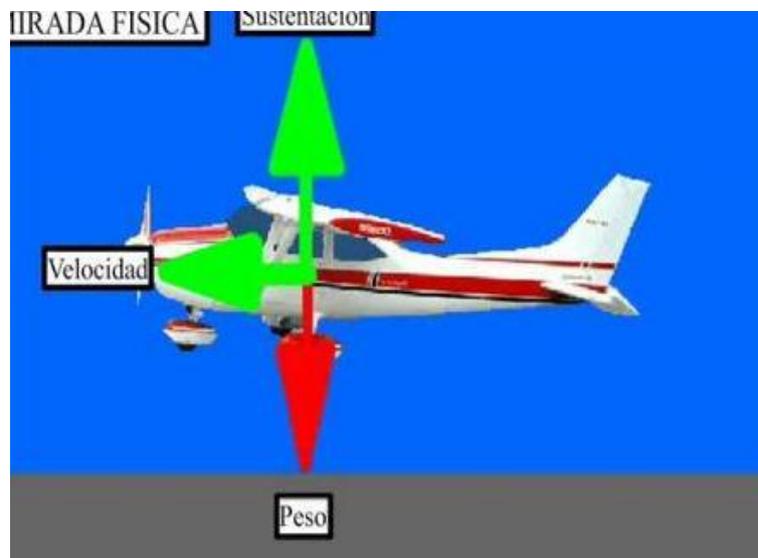
<sup>14</sup> Este efecto ha llevado al Comité Olímpico Internacional a que tan sólo se acepten los records mundiales que se hayan en unos rangos especiales de velocidad del aire, para evitar que este “ayude” o “perjudique” al saltador.

Puede notarse que la trayectoria que se sigue es simétrica debido a que no aparece la fuerza de fricción. Esto lleva a que el tiempo de subida (tiempo de alejamiento de la Tierra) y el tiempo de caída (tiempo que tarda en regresar a la Tierra) son iguales, lo que no ocurre cuando la fuerza de fricción interviene en el lanzamiento de los proyectiles.

3.4.3 El movimiento del avión: Un caso donde el movimiento vertical está relacionado con lo que ocurre en la horizontal



**Figura 9a.** Relación de fuerzas que actúan sobre el avión. La fuerza de sustentación aún es menor que el peso del avión, incluida su carga, por lo que aún no puede alzar el vuelo.



**Figura 9b.** Relación de fuerzas que actúan sobre el avión. La fuerza de sustentación ahora es mayor que el peso del avión, incluida su carga, por lo que ahora está en vuelo.

**Fuente:** Imágenes tomadas de vídeo de You Tube. Disponible en la dirección electrónica <http://www.youtube.com/watch?v=p5q9xa2fews&feature=fvwr>

El vuelo del avión es posible gracias a que horizontalmente el motor ejerce una fuerza que impulsa el avión hacia adelante. Este movimiento, después de que empieza a actuar el motor con una fuerza que empuja hacia adelante el avión haciendo que aumente la velocidad, por lo que es un fenómeno de des-equilibrio en X. Sumando las fuerzas obtendríamos:

$$+ F_{\text{gravedad}} - F_{\text{motor}} = -m_{\text{avión}} \times a_x$$

La fuerza de motor dirigida hacia la izquierda y la fuerza de fricción con el suelo de la pista, la que se supone de un valor pequeño respecto a la que logra el motor, provoca una aceleración hacia la izquierda. Esta diferencia de fuerzas hace que la velocidad del avión aumente.

Lo curioso de este problema es que la fuerza de sustentación aumenta cuando existe aumento de la velocidad con la que se mueve el avión. En la figura 9a tenemos una situación de des-equilibrio en la que aún la fuerza de sustentación (hacia arriba) es menor que el peso del avión. Luego, en un momento dado y antes de despegarse del suelo, al aumentar la velocidad momentáneamente el valor de la fuerza de sustentación y el peso se hacen iguales. Cuando despega la velocidad ha crecido aún más, por tanto la fuerza de sustentación es mayor que el peso (pasó el punto de equilibrio) y vemos que se eleva el avión (figura 9b). Sumando las fuerzas en el eje Y tendríamos:

$$+ F_{\text{sustentación}} - F_{\text{gravedad}} = -m_{\text{avión}} \times a_y \quad (\text{figura 9a, en desequilibrio})$$

$$+ F_{\text{sustentación}} - F_{\text{gravedad}} = -m_{\text{avión}} \times 0 = 0 \quad (\text{en equilibrio})$$

$$+ F_{\text{sustentación}} - F_{\text{gravedad}} = +m_{\text{avión}} \times a_y \quad (\text{figura 9b, en desequilibrio})$$

En ambos casos la fórmula es igual en todo momento, en la figura 9a la fuerza de gravedad es mayor que la fuerza de sustentación, por lo que la aceleración es hacia abajo. En la segunda fórmula, el avión se encuentra en equilibrio, por lo que la aceleración es cero. La fórmula que corresponde a la figura 9b tiene a la fuerza de sustentación mayor que la fuerza de gravedad (peso) que actúa sobre el avión.

Revisando y comparando los anteriores problemas se halla cómo se puede encontrar diversas situaciones en un mismo fenómeno. Aquí lo importante es que el modelo y la persona encargada de modelar pueda reconocer desde dónde y hasta dónde tenemos una situación de equilibrio, y de dónde y hasta dónde de des-equilibrio. En cada tramo correspondiente se usarán las fórmulas adecuadas para tales condiciones.

#### 4 Análisis de resultados y conclusiones

Después de hacer una síntesis de las poblaciones conceptuales que estudiantes y profesor han ido integrando al desarrollo colectivo de los grupos de trabajo se hace necesario reconocer el nivel real de dichos logros y las dificultades que se han identificado, algunas de las cuales apenas se pueden plantear en el relato de la experiencia centrado en dichas poblaciones.

En la primera actividad, la realización de los mapas conceptuales sobre el concepto de rapidez partió de considerar de forma restringida los conceptos que son propios a la mecánica. Se hizo evidente desde el principio, que para los estudiantes era poco familiar el manejo de la técnica de mapas conceptuales; por otro lado, emergen actitudes propias de una cultura escolar tradicional en la que *comprender no tiene ningún sentido*. Una parte significativa de estudiantes (un tercio), trabajando en equipos de a máximo tres personas, consideró que la actividad se podría realizar tomando un mapa copiado de la Internet.

Las asesorías personales, por pequeños grupos y colectivas con los estudiantes desde el principio se hizo evidente que la mayoría de los estudiantes no comprenden el concepto de rapidez, un concepto que históricamente requiere el estudio de la variación matemática entre las magnitudes tiempo y distancia (Arias, Leal y Organista, 2011), coincidiendo con otros reportes en los que se establece que la mayor fuente de errores se ubica en la resolución

matemática del problema (Oliveira; De Cássia; Govoni; Da Rocha, 2010). Dicho problema parece derivarse de la poca experiencia de los estudiantes en considerar que la construcción de modelos requiere de un fenómeno de referencia, dificultad visible en los textos escolares y que incluso se identifica profesores que imparten física en escuela de enseñanza media.

La segunda actividad profundizó en este tipo de relaciones (aunque no de forma suficiente), donde se pidió a los estudiantes que tomaran una piedra como una partícula material mediante la cual plantearan enunciados de problemas diversos. Los enunciados fueron bastante interesantes y permitieron a los estudiantes empezar a construir un concepto de rapidez<sup>15</sup> que se mostró normalmente más fácil de comprender cuando se representó en tabla de datos y/o en plano cartesiano.

En este contexto se integró al trabajo de aula el concepto de velocidad, considerando que la primera versión del concepto de rapidez ya servía como una buena base para hacerlo, y a su vez sirve como base para enlazar el concepto de equilibrio dinámico en la cuarta actividad. Las dificultades en este punto fueron sobresalientes, especialmente porque:

- Al exponer un mayor nivel de integración conceptual la mayoría de los estudiantes reacciona de manera desfavorable en todos los tres cursos. Las quejas consideramos se asocian precisamente a un cambio realmente sociocultural: “los problemas son muy complejos”, “ese trabajo está muy difícil”.
- En contraste, los estudiantes que esperaban un curso tradicional en física y que aprecian que compañeros del mismo grado en otras instituciones ya trabajan con ecuaciones y solución de ejercicios, empiezan a considerar que “el profesor no sabe la materia ni lo que está haciendo”.
- La actitud de los estudiantes es normalmente favorable al hecho se realicen pequeñas tareas, simples y rápidas de ejecutar, pero muestran inicialmente una actitud desfavorable al hecho de que deban dedicar más tiempo del que normalmente se requiere para las tareas escolares.

Para hacer frente a estas dificultades de manera natural el espacio de asesorías y diálogo con los estudiantes permitió comprender que se han obtenido logros, pero que deben seguir disponiendo una actitud favorable por comprender lo que están haciendo. Esta construcción de legitimidad también se ha identificado en la evolución del trabajo con los cursos universitarios (Ramírez, 2012). Una estrategia para construir apoyos a este cambio de actitud consistió en realizar un examen (en parejas) sobre velocidad constante (similar a lo que se contempla en la figura 2) que fue considerado por los estudiantes *difícil*. La mayoría de los estudiantes (más del 70%) lo reprobaron; al solucionarlo en clase se obtuvo como consenso que realmente no era tan difícil sino que se hacían evidentes problemas de lectoescritura, interpretación matemática, afectivos y actitudinales que se deben mejorar como estudiantes, especialmente si están pensando en tener un paso exitoso por la vida universitaria. De esta forma es posible manifestar que si bien no existe una vinculación directa entre aprendizaje significativo y el uso de mapas conceptuales (Moreira y Simone, 2009), la adquisición de un aprendizaje significativo requiere posiblemente el estudio del sistema-aula como un todo complejo en el que, como se ha mostrado hasta el momento, los juegos de poder y las actitudes tienen un papel protagónico.

Indicios a favor de esta premisa se evidencian en el desarrollo de la quinta actividad de debate -a la que se ha dedicado la mayor parte del relato de la población conceptual que se ha manejado al interior del aula de clase- en la que fue posible establecer de manera significativa relaciones entre los estados de equilibrio (desequilibrio) de un cuerpo (ver figuras 1 y 4 donde

<sup>15</sup> Se supone aquí que no es un concepto terminado sino que evoluciona en su significación de acuerdo con el nicho conceptual al cual pertenece (ver García, 1998).

se representa la relación que colectivamente se aceptó entre estos tres conceptos). Entre tales indicios se cuentan:

- La probada (mediante asesorías personales y realización de tareas) elaboración crítica del diagrama de cuerpo libre para diversos cuerpos desde una perspectiva de equilibrio (desequilibrio) por parte de la mayoría de los estudiantes (aproximadamente el 90%).
- Un buen trabajo de comprensión de problemáticas de mayor complejidad, como las de caída libre y otras, en donde a través del trabajo de aula se evidencia que los estudiantes comprenden la problemática de manera dinámica, emitiendo valoraciones y juicios que fueron argumentados colectivamente. Un comportamiento muy parecido a lo que se espera desde las actividades de construcción de mapas conceptuales explicativos, que se asocian al desarrollo de un pensamiento dinámico, o significativo y profundo (Cañas y Novak, 2006).

A pesar de estos logros reconocidos en la mayoría de estudiantes de los tres cursos, también es viable afirmar que no todos los estudiantes pudieron trasladar de forma sobresaliente estas relaciones significativas entre conceptos a representaciones de tipo matemático de mayor complejidad, como la que requieren el uso combinado de diversas formas de representación (tabla de datos, ecuaciones y gráficas en plano cartesiano).

Tales avances, aunque han reportado de manera directa un proceso de cambio en las concepciones sobre la Naturaleza de Ciencia y Modelo Científico, en la medida que los estudiantes han podido comprender en el proceso de construcción de conocimiento sobre los fenómenos tratados, haciendo consideraciones sobre la posibilidad o no de generalizar ciertos comportamientos en el marco de experiencias de laboratorio, la razonabilidad de considerar los modelos como simplificaciones de la realidad, también requieren cuestionar el papel que en grados anteriores se le ha dado a la construcción de modelos desde las matemáticas.

Como se ha visto, los apoyos que se han presentado en el curso en relación con la construcción variacional de conceptos como rapidez y velocidad son superficiales, y no pueden ser de otra manera si se tienen en cuenta que dichas construcciones requieren una mayor cantidad de tiempo escolar; construcción variacional que tiene antecedentes en la historia que muestran la factibilidad de una hipótesis: la construcción de los conceptos de rapidez y velocidad requiere de su modelación matemática. *Precisamente por esta razón preocupa que en las políticas de reforma que ha implantado el Ministerio de Educación Nacional las Ciencias Naturales se consideren, desde la formación de profesores, separadas de las matemáticas.*

## 5 Agradecimientos

A la señora Rectora de la IET La Sagrada Familia, Mag. Gloria Susunaga, al Coordinador Académico de la Jornada de la mañana, Luis Enrique Prada por el importante respaldo que han prestado a la realización de esta innovación curricular. A los estudiantes de los cursos que han participado en todo este proceso.

## 6 Referencias

ARIAS, C.; LEAL, L.H.; ORGANISTA, M.L. (2011). La Modelación de la variación, un análisis de las gráficas cartesianas en los libros de texto de Biología, Física y Química de Secundaria. *Revista de Ciencias*, Vol.15, pp.93-128.

- CAÑAL, P. (1999). Investigación Escolar y estrategias de enseñanza por investigación. *Revista Investigación en la Escuela*, 38, 15-36.
- CAÑAS, A.J.; NOVAK, J. (2006). Re-Examinando los Fundamentos para el Uso Efectivo de los Mapas Conceptuales. En A. J. Cañas & J. D. Novak (Eds.), *Concept Maps: Theory, Methodology, Technology. Proceedings of the Second International Conference on Concept Mapping* (Vol. 1, pp. 494-502). San José, Costa Rica: Universidad de Costa Rica.
- CARDOSO, N.; MORALES, E.E. (2010). ¿Son diferentes las actitudes hacia la Naturaleza de la Ciencia y Tecnología (NdCyT) y la sociedad por parte de los estudiantes y profesores de Ciencias Y De Humanidades? Un Estudio En Seis Países Iberoamericanos. Centro de Altos Estudios Universitarios de la OEI.
- GARCÍA, J.E. (1998). *Hacia una teoría alternativa sobre los Contenidos Escolares*. Sevilla: Díada.
- MORALES, E.E. (2010). Relaciones entre las concepciones de NdC y Modelo Científico en profesores de Ciencias Naturales. Tesis de Maestría. Universidad del Tolima.
- MOREIRA, M.A.; SIMONE, C. (2009). Mapas Conceptuales y Aprendizaje Significativo: ¿Una correlación necesaria? *Experiências em Ensino de Ciências*, 4(3), pp. 91-100.
- OLIVEIRA, M.M.; DE CÁSSIA, R.; GOVONI, D.; DA ROCHA, J. (2010). Práticas experimentais de física no contexto do ensino pela pesquisa: uma reflexão. *Experiências em Ensino de Ciências*, 5(3), pp. 29-38.
- RAMÍREZ, J.F. (2012). Conocimiento Práctico Profesional sobre la evolución de un curso de física universitario en el enfoque de Investigación Escolar, a la luz de la Hipótesis de Gradualidad. *Investigações em Ensino de Ciências*, 17(2), pp. 415-433.
- REPÚBLICA DE COLOMBIA (2004). Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales y Ciencias Sociales. Serie Guías N°7. Santa Fé de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- TOULMIN, S. (1977). *La comprensión humana*. Madrid: Alianza.
- VASQUES-BRANDÃO, R. (2012). *A Estratégia da Modelagem Didático-Científica Reflexiva para a conceitualização do Real no Ensino de Física*. Tesis Doctoral leída en el Instituto de Física de la Universidad Federal do Rio Grande do Sul. Disponible en <http://hdl.handle.net/10183/70335>